СПБ ГБОУ СПО «Акушерский колледж»

Методический кабинет

Рассмотрена на заседании **ЦМК**
СЭ и гуманитарных дисциплин
«_____»_____2014г
Протокол №_____
Председатель ЦМК_____
Асанова Н.И.

«УТВЕРЖДАЮ»
Методист
_____Лутошкина Т.А..
«____»_____2014г

ФИО преподавателя: Кормилкина Е.В.

Тема:

«ПОВТОРЕНИЕ 5-9».
(ЧАСТЬ 1, ЧАСТЬ 2, ЧАСТЬ 3)

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ ДЛЯ СТУДЕНТА

Студенту

Учебная дисциплина:__Математика____ _____ Курс__I ___

Специальность: **34.02.01** «Сестринское дело», и **31.02.02** «Акушерское дело»,

Продолжительность занятия:____ _____

Место проведения _____

Санкт-Петербург
2014

Признаки делимости натуральных чисел 2
Разложение чисел на простые множители. 2
Алгоритм 1. Разложение чисел на простые множители с помощью вертикальной черты 3
Алгоритм 2. Нахождение наибольшего общего делителя (НОД) нескольких натуральных чисел 3
Алгоритм 3. Нахождение наименьшего общего кратного (НОК) нескольких натуральных чисел. 4
Дроби 4
Алгоритм 4. Выделение целой части из неправильной дроби 5
Алгоритм 5. Обращение смешанной дроби в неправильную. 5
Основное свойство дроби 5
Приведение дробей к новому знаменателю. 5
Алгоритм 6. Приведение дроби к новому знаменателю 5
Алгоритм 7. Приведение дроби к общему знаменателю 6
Сокращение дроби. 6
Алгоритм 7.1. Сокращение дроби (I способ) 6
Алгоритм 7.2. Сокращение дроби (II способ) 6
Алгоритм 7.3. Сокращение дроби (III способ) 6
Сложение и вычитание дробей. 7
Алгоритм 8. Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями. 7
Алгоритм 9. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями 7
Алгоритм 10. Сложение смешанных дробей. 7
Алгоритм 11.Вычитание правильной дроби из натурального числа. 8
Алгоритм 12. Вычитание смешанных дробей. 8
Умножение дробей. Деление дробей 9
Алгоритм 13. Умножение дробей 9
Алгоритм 14. Умножение натурального числа на дробь. 9
Алгоритм 15. Умножение смешанных дробей. 9
Алгоритм 16. Деление дробей 10
Порядок выполнения действий. 10
Десятичные дроби 10
Алгоритм 17. Перевода обыкновенной дроби в десятичную 10
Алгоритм 18. Перевода десятичной дроби в обыкновенную 11
Алгоритм 19. Сложения и вычитания десятичных дробей 11
Алгоритм 20. Умножение десятичных дробей 11
Алгоритм 21.Деление десятичной дроби на десятичную дробь 12
Положительные и отрицательные числа 12
Алгоритм 22. Алгоритм сравнения отрицательных чисел. 12
Алгоритм 23. Алгоритм сложения чисел с разными знаками. 12

Признаки делимости натуральных чисел

1. Все четные числа делятся на 2.
2. Если сумма цифр числа делится на 9 (на 3), то и само число делится на 9 (на 3).
3. Если две последние цифры числа — нули или составляют число, которое делится на 4 (на 25), то само число делится на 4 (на 25).
4. Если число оканчивается цифрой 0 или цифрой 5, то оно делится на 5.
5. Если число четное и делится на 3, то оно делится на 6.
6. Если число оканчивается цифрой 0, то оно делится на 10.

Разложение чисел на простые множители.

Натуральное число, которое больше единицы и делится только на 1 и само на себя, называется *простым.*

■ *Например, 2,* 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, ... — простые числа.

Разложить натуральное число *на простые множители* — значит записать это число в виде произведения простых чисел.

Разложение на простые множители используется при сокращении дробей, приведении дробей к общему знаменателю, вынесении множителя из под знака корня, работе со степенями, логарифмами!

Делителем натурального числа *A* называется такое число *n,* на которое число *A* делится без остатка.
■ *Например,* числа 1, 2, 3, 4, 6, 12 — делители числа 12; делители числа 18 — это числа 1, 2, 3, 6, 9, 18; делители числа 30 — это числа 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30.
Общим делителем нескольких чисел называется число, на которое делится каждое из данных чисел.
Наибольшим общим делителем (НОД) двух или нескольких чисел называется наибольший из всех общих делителей данных чисел.
■ *Например,* наибольший общий делитель чисел 12 и 18 — число 6. Записывают это так: НОД(12; 18) = 6.
Набольший общий делитель нужен при сокращении дробей!
Кратным данного натурального числа *a* называется такое число *M,* **которое** делится на число *a* без остатка.
Кратных у чисел множество — это все числа вида *a* • *n,* где *n* — натуральное число.
■ *Например,* 6, 12, 18, 24, ... — числа, кратные 6, так как все эти числа делятся на 6.
Наименьшим общим кратным (НОК) двух или нескольких натуральных чисел называется **наименьшее** натуральное число, которое делится на каждое из данных чисел.
■ *Например,* НОК(6; 12) = 12; НОК(12; 15) = 60.
Наименьшее общее кратное используется при приведении дробей к общему знаменателю, при сравнении корней, работе со степенями, логарифмами!

Алгоритм 1. Разложение чисел на простые множители с помощью вертикальной черты

1. Запишите данное составное число и проведите справа от него вертикальную черту.
2. Справа от черты запишите наименьшее простое число, на которое делится данное составное число, и выполните устно деление; частное запишите под делимым.
3. Поступите с полученным частным так же, как и в п. 2, продолжайте деление до тех пор, пока в частном не получится единица.
4. Запишите в виде произведения все простые числа, стоящие справа от черты, получите разложение данного числа на простые множители.
5. Ответ запишите в виде произведения степеней простых множителей.
   Пример: Разложите на простые множители числа 12; 39; 54; 124.
   Решение.

12	2	39	3	54	2	124	2
6	2	13	13	27	3	62	2
3	3	1		9	3	31	31
1				3	3	1	
				1			

Ответ. $12 = 2^2 \cdot 3$; $39 = 3 \cdot 13$; $54 = 2 \cdot 3^3$; $124 = 2^2 \cdot 31$.

Алгоритм 2. Нахождение наибольшего общего делителя (НОД) нескольких натуральных чисел

1. Проверьте, делится ли каждое из данных чисел на меньшее; если делится, то меньшее из чисел и есть наибольший общий делитель данных чисел (НОД). Если одно число не делится на другое, то переходите к п. 2.

■ *Например,* НОД(10; 5) = 5; НОД(36; 12; 4) = 4.

2. Разложите каждое число на простые множители.
3. Подчеркните общие множители во всех числах.
4. Вычислите произведение всех общих множителей, это и будет наибольший общий делитель (НОД).

■ *Например,* НОД(12; 16) = 4, так как 12 = 2 • 2 • 3 и 16 = 2-2 • 2 • 2.
Замечание. Если числа *a* и *b* взаимно простые, то НОД(*a*; *b*) = 1.
■ *Например,* НОД(9; 10) = 1.

Примеры	
НОД (125; 25) = 25.	125 : 25 = 5
НОД (12; 18) = 2 • 3 = 6.	12 = 2•2•3; 18 = 2 • 3 • 3
НОД (22; 77) = 11.	22 = 2 • 11; 77 = 7 • 11
НОД (35; 14; 28) = 7.	35 = 5 • 7; 14 = 2 • 7
	28 = 2 • 2 • 7
НОД (35; 105; 140) = 35.	105 : 35 = 3; 140 : 35 = 4

Замечание Если простые множители в числах повторяются, то их можно записать в виде степеней. Тогда наибольший общий делитель содержит степень с **наименьшим** показателем.
■ *Например,*
НОД(12; 36; 24) = $2^2 \cdot 3^1 = 12$, так как 12 = 2 • 2 • 3 = = $2^2 \cdot 3$, 36 = $2^2 \cdot 3^2$, 24 = $2^3 \cdot 3$;
НОД($2^3 \cdot 3^2$; $3^3 \cdot 22$) = $3^2 \cdot 2^2 = 9 \cdot 4 = 36$.

Алгоритм 3. Нахождение наименьшего общего кратного (НОК) нескольких натуральных чисел.

1. Проверьте, делится ли наибольшее из данных чисел на каждое из остальных чисел; если да, то это число является наименьшим общим кратным этих чисел. Если наибольшее из чисел не делится на остальные, то переходите к п. 2.

■ *Например*, НОК(6; 12; 18; 36) = 36..

2. Разложите каждое число на простые множители.
3. Возьмите любое число из данных чисел (удобнее то, в котором больше множителей) и допишите к нему те множители из других чисел, которых в нем нет.
4. Вычислите полученное в п. 3 произведение, это и есть наименьшее общее кратное данных чисел.

■ *Например,* найдем Н0К(18; 45) так:

18	2		45	5
9	3		9	3
3	3		3	3
1	1		1	1

Дроби

Одну долю или несколько равных долей единицы называют *обыкновенной дробью.*

Дробь записывают так: $\frac{m}{n}$ $\begin{matrix}\to \textit{числитель} \\ \to \textit{знаменатель}\end{matrix}$

Знаменатель дроби *n* показывает, на сколько равных долей разбита единица.
Числитель дроби *m* показывает, сколько равных долей единицы взято.

Дробь $\frac{a}{b}$ — называется *правильной,* если $a < b$ (при этом $\frac{a}{b} < 1$).

■ *Например,* $\frac{2}{3}; \frac{7}{9}; \frac{12}{151}; \frac{99}{100}$;… - правильные дроби.

Дробь — называется *неправильной,* если $a > b$ (при этом $\frac{a}{b} > 1$).

■ *Например,* $\frac{3}{2}; \frac{5}{3}; \frac{7}{4}; \frac{12}{11}$;… неправильные дроби.

Числа $2\frac{2}{3}$; $5\frac{7}{9}$;$6\frac{5}{3}$; $100\frac{6}{10}$ — называются *смешанными дробями.* Они состоят из *целой* и *дробной* частей; с помощью букв их можно записать так: $A\frac{m}{n}$ где *A* — целая часть (натуральное число), $\frac{m}{n}$ дробная часть.

■ *Например,* в смешанной дроби $5\frac{2}{3}$ число 5 — целая часть, число $\frac{2}{3}$ — дробная часть.

⚠ Любое целое число можно представить ввиде дроби, для этого в знаменатель надо написать 1.

$8=\frac{8}{1}$; $121=\frac{121}{1}$; $35=\frac{35}{1}$

⚠ Число 1 можно представить в виде дроби с любым знаменателем, при этом числитель будет равен знаменателю.

$1=\frac{8}{8}=\frac{121}{121}=\frac{35}{35}=\frac{235}{235}=\frac{b}{b}$

Если дроби имеют *равные знаменатели,* то та дробь *больше,* числитель которой *больше:* $\frac{a}{b} > \frac{c}{b}$, где $a > c$.

Если дроби имеют *равные числители,* то та дробь *больше,* знаменатель которой *меньше* $\frac{a}{b} : > \frac{a}{c}$ где $b < c$.

Например, $\frac{5}{7} > \frac{3}{7}$, так как $5 > 3$; $\frac{8}{3} > \frac{8}{9}$, так как $3 < 9$.

Если дроби имеют *разные знаменатели* и *разные числители*, то для сравнения их надо привести либо к одному знаменателю, либо к одному числителю и сравнить.

Алгоритм 4. Выделение целой части из неправильной дроби

Пусть дана неправильная дробь $\frac{a}{b}$ $(a \geq b)$.

1. Разделите a на b (с остатком $r < b$ или нацело).
   - *Например,* $\frac{16}{3} = 5$ (ост. 1)

   Замечание. Если числитель нацело делится на знаменатель, то получится целое число.
2. Если деление с остатком, то неполное частное будет целой частью ответа.
3. Остаток от деления r станет числителем дробной части, а знаменатель останется прежним.
4. Запишите смешанную дробь, целая и дробная части которой найдены в пп. 2 и 3.
   - *Например,* $\frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$

Алгоритм 5. Обращение смешанной дроби в неправильную.

$$A \overset{+}{\underset{\cdot}{\nearrow\!\!\nwarrow}} \frac{m}{n} = \frac{An+m}{n}.$$

1. Умножьте знаменатель дроби на ее целую часть.
2. К полученному произведению прибавьте числитель дробной части.
3. Полученную сумму запишите в числитель, а знаменатель дроби оставьте прежний. (Удобно пользоваться схемой, указывающей порядок действий)
   - *Пример:*

   Представьте в виде неправильной дроби число: $3\frac{2}{7}$

   Решение.

   $$3\frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 7 + 2}{7} = \frac{21+2}{7} = \frac{23}{7};$$

Основное свойство дроби

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot m}{b \cdot m} \text{ или } \frac{a}{b} = \frac{a : m}{b : m}, m \neq 0$$

Если числитель и знаменатель дроби умножить на одно и то же не равное нулю число или разделить на их общий делитель, то получим дробь, равную данной.

- *Например:* $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10}{15}$; $\frac{12}{18} = \frac{12:6}{18:6} = \frac{2}{3}$

Дроби $\frac{2}{3}$, $\frac{10}{15}$, $\frac{12}{18}$ равны, но их запись разная.

Приведение дробей к новому знаменателю.

Замена дроби равной ей дробью с новыми числителем и знаменателем (кратными заданным) называется *приведением дроби к новому знаменателю.*

Число, на которое умножают числитель и знаменатель данной дроби, называют *дополнительным множителем* дроби.

Алгоритм 6. Приведение дроби к новому знаменателю

1. Пусть дана несократимая дробь и ее нужно привести к новому знаменателю, кратному знаменателю данной дроби.
2. Разделите новый знаменатель на знаменатель данной дроби, получите дополнительный множитель.
3. Примените основное свойство дроби, для чего умножьте числитель и знаменатель дроби на ее дополнительный множитель; получите дробь, равную данной, с новым знаменателем.

Например, для приведения дроби $\frac{3}{4}$ к знаменателю 12поступим так:

1) найдем дополнительный множитель (12 : 4 = 3);

2) умножим числитель и знаменатель дроби $\frac{3}{4}$ на 3, получим $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$

Замечание. Чтобы сравнить две дроби, нужно привести их к одинаковым знаменателям (или числителям)

Алгоритм 7. Приведение дроби к общему знаменателю

1. Для того чтобы привести дроби к одному знаменателю, найдите НОК данных дробей
2. Найдите: для этого НОК разделите на знаменатели данных дробей.
3. Домножьте числители и знаменатели дробей на соответствующие им дополнительные множители.

■ *Например*: Сравнить $\frac{3}{4}$ и $\frac{4}{5}$

Решение:

1) НОК(4; 5) = 20
2) Дополнительные множители: 20 : 4 = 5; 20 : 5 = 4.
3) $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20}$; $\frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{16}{20}$.
4) $\frac{15}{20} < \frac{16}{20}$, тогда и $\frac{3}{4} < \frac{4}{5}$ (как равные им дроби).

Сокращение дроби.

Если числитель и знаменатель дроби имеют общий множитель, то говорят, что дробь можно *сократить* на этот множитель, т. е. разделить на него и числитель, и знаменатель. При этом получится дробь, равная данной, но с меньшими в *m* раз числителем и знаменателем:

$$\boxed{\frac{a:m}{b:m} = \frac{a}{b},\ m \neq 0,\ b \neq 0.}$$

Алгоритм 7.1. Сокращение дроби (I способ)

1. Разложите числитель и знаменатель дроби на простые множители.
2. Разделите числитель и знаменатель дроби на общие делители, применив основное свойство дроби.

■ *Например*:

$$\frac{4}{6} = \frac{2 \cdot \cancel{2}^{1}}{3 \cdot \cancel{2}_{1}} = \frac{2}{3}; \quad \frac{45}{75} = \frac{\cancel{3}^{1} \cdot 3 \cdot \cancel{5}^{1}}{\cancel{5}_{1} \cdot \cancel{3}_{1} \cdot 5} = \frac{3}{5}.$$

Алгоритм 7.2. Сокращение дроби (II способ)

1. Найдите наибольший общий делитель числителя и знаменателя дроби.
2. Разделите числитель и знаменатель дроби на их наибольший общий делитель.
3. Перемножьте оставшиеся множители в числителе дроби и в знаменателе дроби, получите несократимую дробь.

Алгоритм 7.3. Сокращение дроби (III способ)

1. Найдите устно любой общий делитель числителя и знаменателя дроби и примените основное свойство дроби.
2. В полученной дроби снова найдите общий делитель числителя и знаменателя и повторите п. 1.
3. Делите числитель и знаменатель дроби на общие множители до тех пор, пока не получите несократимую дробь.

■ *Например*

Сократите дробь: а) $\frac{100}{60}$; б) $\frac{18 \cdot 15}{24 \cdot 35}$.

а) $\frac{\overset{10}{\cancel{100}}}{60} = \frac{\overset{2}{\cancel{10}}}{6} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$; б) $\frac{\overset{2}{\cancel{18}} \cdot \overset{5}{\cancel{15}}}{24 \cdot 35} = \frac{9 \cdot \overset{3}{\cancel{3}}}{12 \cdot 7} = \frac{9 \cdot 1}{4 \cdot 7} = \frac{9}{28}$.

Замечание. Над дробями подписаны делители на которые сокращают дробь.

⚠ **Полезный совет**

1) При зачеркивании делителей пишите результат от деления над этим числом (или под ним), иначе можно потерять числитель, когда он равен 1.

■ *Например*

$$\frac{10}{30}=\frac{\cancel{10}^{1}}{\cancel{10}_{1}\cdot 3}=\frac{1}{3};\quad \frac{7}{77}=\frac{\cancel{7}^{1}}{\cancel{7}_{1}\cdot 11}=\frac{1}{11}$$

2) Можно не писать общий делитель над числом, а устно выполнять деление числителя и знаменателя на общий делитель, зачеркнув числа в числителе и знаменателе, записать частные от их деления на этот делитель.

■ *Например*

$$\frac{\cancel{15}^{3}}{\cancel{25}_{5}}=\frac{3}{5};\quad \frac{\cancel{40}^{5}}{\cancel{64}_{8}}=\frac{5}{8}\ \text{(сократили на 8).}$$

Сложение и вычитание дробей.

Алгоритм 8. Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями.

1. Сложите (вычтите) числители дробей, а знаменатель оставьте прежним, т. е. примените формулы

$$\boxed{\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b},\quad \frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b}\quad (a>c).}$$

2. Если получили сократимую дробь, то сократите ее. Если дробь неправильная, то запишите ее смешанной дробью.

■ *Например,* записать сложение и вычитание можно так:

1) $\frac{2}{15}+\frac{4}{15}=\frac{2+4}{15}=\frac{\overset{3}{6}}{15}=\frac{2}{5};$ 2) $\frac{7}{9}-\frac{4}{9}=\frac{7-4}{9}=\frac{\overset{3}{3}}{9}=\frac{1}{3}.$

Алгоритм 9. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями

Выполните действие $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$ или $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}$

1. Найдите наименьшее общее кратное знаменателей, которое будет наименьшим общим знаменателем дробей, по алгоритму 3.
2. Напишите дополнительные множители к каждой дроби.
3. Умножьте числитель каждой дроби на ее дополнительный множитель, а в знаменателе каждой дроби запишите общий знаменатель.
4. Сложите или вычтите дроби с одинаковыми знаменателями.

1. Сложите дроби $\frac{5}{12}$ и $\frac{14}{15}$.

Решение.

$$\frac{5}{12}^{(5}+\frac{14}{15}^{(4}=\frac{25}{60}+\frac{56}{60}=\frac{25+56}{60}=\frac{81}{60}=\frac{\cancel{3}^{1}\cdot 27}{\cancel{3}^{1}\cdot 20}=\frac{27}{20}=1\frac{7}{20}.$$

$12=2\cdot 2\cdot 3$	5
$15=3\cdot 5$	$2\cdot 2=4$
$12\cdot 5=60$ — общий знаменатель	

2. Найдите разность $\frac{4}{35}-\frac{3}{28}$.

Решение.

$$\frac{4}{35}^{(4}-\frac{3}{28}^{(5}=\frac{16}{140}-\frac{15}{140}=\frac{1}{140}.$$

$35=5\cdot 7$	$2\cdot 2=4$
$28=2\cdot 2\cdot 7$	5
$28\cdot 5=140$ — общий знаменатель	

Алгоритм 10. Сложение смешанных дробей.

Выполните действие $A\frac{m}{n}+B\frac{a}{b}$

1. Приведите дробные части данных чисел к наименьшему общему знаменателю.

2. Сложите сначала целые, а затем дробные части с общим знаменателем.
3. Если дробная часть результата сложения (п. 2) — неправильная дробь, то выделите в ней целую часть и прибавьте к целой части (из п. 2), получив целую часть ответа, а полученная правильная дробь будет дробной частью ответа.

$$3\frac{7}{8}^{(5} + 21\frac{3}{10}^{(4} = 3\frac{35}{40} + 21\frac{12}{40} = (3+21) + \left(\frac{35+12}{40}\right) = 24 + \frac{47}{40} = 24 + 1\frac{7}{40} = 25\frac{7}{40}. \quad \left|\begin{array}{l} 8 = 2\cdot 2\cdot 2 \\ 10 = 2\cdot 5 \\ \text{НОК}(8;\ 10) = 40 \end{array}\right| \begin{array}{l} \cdot 5 \\ \cdot 4 \end{array}$$

Алгоритм 11.Вычитание правильной дроби из натурального числа.

Выполните действие $A - \frac{m}{n}$ где $m<n$

1. Займите в уменьшаемом одну единицу и запишите ее в виде дроби $\frac{b}{b}$ (где b — знаменатель данной дроби).

   ■ *Например,* если вычисляем разность 4- $\frac{2}{15}$ то пишем, что 4=3$\frac{15}{15}$
2. Вычтите из полученной дроби (п. 1) данную правильную дробь

   ■ *Например,* 4- $\frac{2}{15}$=3$\frac{15}{15}$- $\frac{2}{15}$=3+$\frac{15-2}{15}$
3. Полученная разность дробей будет дробной частью ответа, оставшееся целое число — целой частью.
4. Прибавьте к целой части дробную часть, получите ответ

   ■ *Например,* 4 - $\frac{2}{15}$=3$\frac{15}{15}$- $\frac{2}{15}$=3+$\frac{15-2}{15}$=3+$\frac{13}{15}$=3$\frac{13}{15}$

Алгоритм 12. Сложение и вычитание смешанных дробей

Пример 1: $5\frac{4}{5} - 2\frac{1}{3}$

1. Представьте смешанные дроби виде суммы целой и дробной части, заключив суммы в скобки. Знак дроби остается перед скобкой. $(5+\frac{4}{5}) - (2+\frac{1}{3})$
2. Раскройте скобки $(5+\frac{4}{5}) - (2+\frac{1}{3}) = 5+\frac{4}{5} - 2 - \frac{1}{3}$
3. Сгруппируйте целые числа и дробные числа $(5+\frac{4}{5}) - (2+\frac{1}{3}) = (5-2) + (\frac{4}{5} - \frac{1}{3})$. Между скобками всегда стоит знак +. Слагаемые в скобки всегда берутся с теми знаками, которые перед ними стояли.
4. Выполните действия в скобке с целыми числами: $(5-2) = 3$
5. Приведите дробные части к общему знаменателю и выполните между ними действия, записав дроби под один знаменатель.

   $\frac{4}{5} - \frac{1}{3} = \frac{12}{15} - \frac{5}{15} = \frac{12-5}{15} = \frac{7}{15}$
6. Составьте пример из полученных результатов в п.4 и п.5

   $3 + \frac{7}{15}$
7. Посчитайте результат: Ответ: $3\frac{7}{15}$

Пример 2: $2\frac{3}{7} - \frac{4}{7}$

$$2\frac{3}{7} - \frac{4}{7} = (2+\frac{3}{7}) - \frac{4}{7} = 2 + \frac{3}{7} - \frac{4}{7} = 2 + (\frac{3}{7} - \frac{4}{7})$$

1) $\frac{3}{7}-\frac{4}{7}=-\frac{1}{7}$

2) $2-\frac{1}{7}=1\frac{7}{7}-\frac{1}{7}=1\frac{6}{7}$

Пример 3: $127\frac{7}{16}-124\frac{5}{6}$

$$127\frac{7}{16}-124\frac{5}{6}=(127+\frac{7}{16})-(124+\frac{5}{6})=127+\frac{7}{16}-124-\frac{5}{6}=(127-124)+(\frac{7}{16}-\frac{5}{6})$$

1) 127-124=3

2) $\frac{7}{16}-\frac{5}{6}=\frac{21}{48}-\frac{40}{48}=\frac{21-40}{48}=-\frac{19}{48}$

3) $3-\frac{19}{48}=2\frac{48}{48}-\frac{19}{48}=2\frac{29}{48}$

⚠ **Никогда в последнем действии не соединяйте просто так целую и дробную части. Всегда выполняйте действие сложения или вычитания между целым числом и дробью.**

Умножение дробей. Деление дробей

Алгоритм 13. Умножение дробей

Выполните действие $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}$

1. Запишите дробь, в числителе которой произведение числителей данных дробей, а в знаменателе произведение их знаменателей (не перемножая).

   ■ *Например,* $\frac{2}{15}\cdot\frac{9}{11}=\frac{2\cdot 9}{15\cdot 11}$. $\left|\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}\right.$

   Разложите на множители, если возможно, каждый множитель числителя и знаменателя.
2. Сократите дробь (если возможно), алгоритмы 7.1-7.3

   ■ *Например,* $\frac{2\cdot 9}{5\cdot 11}=\frac{2\cdot 3\cdot \cancel{3}^{1}}{\cancel{3}_{1}\cdot 5\cdot 11}=\frac{2\cdot 3}{5\cdot 11}$.
3. Перемножьте оставшиеся множители в числителе и в знаменателе дроби, получите искомую дробь.

   ■ *Например,* $\frac{2\cdot 3}{5\cdot 11}=\frac{6}{55}$.

⚠ **Внимание! Сокращать можно только множители, записанные под общей чертой.**

Алгоритм 14. Умножение натурального числа на дробь.

Выполните умножение $A\cdot\frac{m}{n}$

1. Запишите натуральное число в виде дроби со знаменателем, равным 1 (см. Дроби⚠)
2. Умножьте дробь на дробь

   ⚠**Можно при умножении применять формулу** $a\cdot\frac{b}{c}=\frac{a\cdot b}{c}$

Алгоритм 15. Умножение смешанных дробей.

1. Переведите смешанные дроби в неправильные дроби по схеме $\boxed{A\overset{+}{\underset{\cdot}{\nearrow\nwarrow}}\frac{m}{n}=\frac{An+m}{n}.}$
2. Умножьте полученные дроби по правилу умножения дроби на дробь:
3. Сократите полученную дробь и переведите ее в смешанную дробь.

   ⚠ Если умножаете на натуральное число , запишите его в виде дроби со знаменателем 1.

Алгоритм 16. Деление дробей

Деление это операция обратная умножению

1. Если дроби(или хотя бы одна дробь) смешанные, то переведите их в неправильные дроби по схеме

$$\boxed{A \overset{+}{\underset{\cdot}{\nearrow\!\!\nwarrow}} \frac{m}{n} = \frac{An+m}{n}.}$$

2. Вторую дробь переверните (поменяйте числитель и знаменатель местами), а деление замените умножением. Сократите полученную дробь, и перемножьте оставшиеся множители в числителе и в ее знаменателе.

⚠ Если в делении участвует натуральное число, запишите его в виде дроби со знаменателем 1.

Порядок выполнения действий.

Если выражение содержит скобки, то сначала выполняют все действия над числами, заключёнными в скобках, а затем все остальные действия; при этом выполнение действий над числами в скобках и вне скобок производится в следующем порядке:

1. действия третей ступени (возведение в степень, извлечение корня)
2. действия второй ступени (умножение и деление)
3. действия первой ступени (сложение и вычитание)

Если вычисляется значение дробного выражения, то выполняются действия в числителе и знаменателе и первый результат делится на второй.

Десятичные дроби

Десятичная дробь – это дробь имеющая в знаменателе единицу с несколькими нулями, и записанная с помощью запятой.

Десятичная дробь не изменит величины, если в конце дробной части приписать (отбросить) нули или если перед целой частью приписать (отбросить) нули.

При умножении на 10, 100, 1000 и т. д. запятая переносится вправо на столько знаков, сколько нулей в множителе

При делении на 10, 100, 1000 и т. д. запятая переносится влево на столько знаков, сколько нулей в делителе

Алгоритм 17. Перевода обыкновенной дроби в десятичную

Чтобы перевести обыкновенную правильную дробь в десятичную, надо:

1) Записать числитель,
2) Поставить после него запятую
3) В результат записать 0, проставить запятую
4) В числителе приписать справа от запятой нуль
5) Разделить получившееся число на делитель, не обращая внимание на запятую
6) В результат после запятой записать полученное число, а к остатку от деления приписать ноль
7) Продолжать выполнять пп. 5 и 6, пока дробь не разделится нацело, или до первой повторяющейся группы цифр.

■ *Например:*

$$\frac{3}{125} = 0{,}024.$$

$$\begin{array}{r|l} 3{,}000 & 125 \\ \underline{250} & \overline{0{,}024} \\ 500 & \\ \underline{500} & \\ 0 & \end{array}$$

Если числитель больше знаменателя, то сначала начинайте деление числителя, перед тем как приписать к остатку от деления первую цифру из дробной части, поставьте запятую в частном, а затем продолжайте деление как в п.7.

■ *Например:*

$$\frac{10}{7} = 1{,}\underbrace{428571}428571\ldots = 1{,}(428571)$$

$$
\begin{array}{l|l}
25 : 8 = 3{,}125. & \\
25{,}000 & 8 \\ \cline{2-2}
\underline{24} & 3{,}125 \\
_10 & \\
\ \ \underline{8} & \\
\ \ _20 & \\
\ \ \ \ \underline{16} & \\
\ \ \ \ _40 & \\
\ \ \ \ \ \ \underline{40} & \\
\ \ \ \ \ \ \ \ 0 &
\end{array}
$$

Алгоритм 18. Перевода десятичной дроби в обыкновенную

Чтобы перевести десятичную дробь в обыкновенную, надо

1) Целую часть оставить без изменения
2) то, что записано после запятой, записать в числитель
3) знаменатель будет равен 1 с количеством нулей равным количеству цифр после запятой.

⚠ **ПОЛЕЗНЫЙ СОВЕТ**

Запомните перевод некоторых обыкновенных дробей в десятичную дробь:

$\frac{1}{2} = 0{,}5;$	$\frac{1}{4} = 0{,}25;$	$\frac{3}{4} = 0{,}75;$	$\frac{1}{5} = 0{,}2;$	
$\frac{2}{5} = 0{,}4;$	$\frac{3}{5} = 0{,}6;$	$\frac{4}{5} = 0{,}8;$	$\frac{1}{25} = 0{,}04;$	$\frac{1}{50} = 0{,}02.$

Алгоритм 19. Сложения и вычитания десятичных дробей

1. Запишите десятичные дроби в столбик так, чтобы запятая была под запятой.
2. Припишите нули справа к той дроби, в которой меньше десятичных знаков, чтобы их стало поровну.
3. Сложите (или вычтите) дроби как натуральные числа.
4. Поставьте в ответе запятую под запятыми.

Примеры

Вычислите: а) 476,02 + 0,8792; б) 412 - 0,753.

Решение.

$$
\begin{array}{r}
+\ 476{,}0200 \\
0{,}8792 \\ \hline
476{,}8992
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
-\ 41\dot{2}{,}\dot{0}\dot{0}0 \\
0{,}753 \\ \hline
411{,}247
\end{array}
$$

Алгоритм 20. Умножение десятичных дробей

1. Умножьте десятичные дроби как натуральные числа столбиком, не обращая внимания на запятые.
   ■ *Например,* при умножении чисел 3,8 и 0,056 сначала будем умножать числа 38 и 56.
2. Отделите в полученном произведении запятой справа налево $(\leftarrow)$ столько знаков, сколько их после запятой в обоих данных множителях вместе.
   ■ *Например,* 3,8 • 0,056 = 0,2128 (так как 38 • 56 = 2128 и в двух множителях вместе 4 десятичных знака).
3. (Если цифр не хватает, то припишите слева недостающее количество нулей и поставьте слева запятую, а перед ней нуль (целых).
   ■ *Например,* 0,08 • 0,13 = 0,0104.

1. Если целая часть делимого равна 0 или меньше делителя, то сначала в ответе запишите 0 целых и поставьте запятую.
2. Если целая часть делимого больше делителя, то разделите целую часть нацело или с остатком, поставьте запятую в ответе (после полученного числа).
3. Продолжите деление далее как деление натуральных чисел (записывая результат после запятой).
4. При делении до заданной степени точности приписывайте к делимому справа нули и делите дальше до разряда, следующего за требуемым (чтобы получить точнее приближенное значение).
   ■ *Например,* при делении чисел и округлении ответа до десятых пишите:

1) 324,5 : 25 = 12,98 ≈ 13,0; 2) 143,55 : 45 = 3,19 ≈ 3,2.

```
 324,50 | 25          143,55 | 45
-25     |12,98        -135    |3,19
 -74     . .          -85      .
  50                   45
 -245                 -405
  225                  405
  -200                   0
   200
     0
```

Алгоритм 21. Деление десятичной дроби на десятичную дробь

Замечание. В основе деления десятичной дроби на десятичную лежит деление десятичной дроби на натуральное число.

1. Замените делитель натуральным числом, для чего перенесите в нем запятую вправо на столько цифр, сколько их в делителе после запятой.
2. Перенесите в делимом запятую вправо на столько же цифр, на сколько перенесли в делителе. В случае если в делимом цифр не хватает, то припишите справа нули, применяя основное свойство дроби: $\frac{a}{b}=\frac{a\cdot 10^n}{b\cdot 10^n}$ или $a{:}b=a\cdot 10^n{:}b\cdot 10^n$, где n=1, 2, 3….
3. Разделите полученное число на натуральное.

а) 0,327 : 0,03 = 32,7 : 3 = 10,9;	, (→) на 2 знака
б) 4,5 : 0,125 = 4500 : 125 = 36;	, (→) на 3 знака
в) 3,876 : 0,01 = 387,6 : 1 = 387,6.	, (→) на 2 знака

Положительные и отрицательные числа

1. Произведение двух чисел с разными знаками, есть число отрицательное.

7 · (-4) = -28

2. Произведение двух чисел одного знака есть число положительное.

(-3) · (-5) = 15

3. Чтобы сложить числа с одинаковыми знаками, нужно поставить их общий знак и сложить модули этих чисел.
4. Вычесть число, это значит прибавить число ему противоположное

10 – 8 = 10 + (-8)

5 - (-3) = 5 + 3

⚠ Поэтому, если перед числом стоят два знака «-», то в итоге они меняются на знак «+»

Алгоритм 22. Алгоритм сравнения отрицательных чисел.

Чтобы сравнить два отрицательных числа, нужно:

1) Сравнить их модули
2) Из двух отрицательных чисел больше то, у которого модуль меньше.

Что больше? -9 или -4

|-9| =9, |-4| =4 , следовательно |-9| > |-4| и -9 < -4

⚠ Если сложно вспомните температуру зимой или остаток счета на телефоне (когда вы в «минусе»)

Алгоритм 23. Алгоритм сложения чисел с разными знаками.

1. Пример записать в виде суммы.
2. Найти модули слагаемых.
3. Сравнить модули слагаемых. Число, имеющее больший модуль выделить.
4. Определить знак слагаемого, имеющего больший модуль (выделенное число).
5. Записать его после знака равенства.
6. Найти разность между большим и меньшим модулем.(При сложных расчетах записать разность в скобках сразу за поставленным знаком)

7. Выполнить действие в скобках

⚠ Если сложно подумайте насчет остатка на телефоне

На остатке было -20 положили 10, сколько стало? -20 + 10= -(20-10) = -10

На остатке было -20 сняли 10 сколько стало? -20 – 10 = -20 + (-10)= - 30

На остатке было -20 положили 140 сколько стало? -20 + 140 = +(140 -20) = 120

На остатке было 20 сняли 140 сколько стало? 20 - 140 = 20+ (-140)= - (140 - 20)= -120